

8장 두 모집단 모수의 가설검정

8.1 두 모평균 가설검정

- 두 모집단의 평균을 비교하는 예들은 우리 주변에 아주 많이 있다.
 - 1) 금년도 대졸 사원의 초임이 남녀별로 차이가 있을까?
 - 2) 두 생산라인에서 생산되는 제품들의 무게에 차이가 있을까?
 - 3) 타자속도를 증가시키기 위하여 타자수에게 실시한 특별교육이 과연 타자속도의 증가를 가져 왔을까?
- 이와 같은 두 모집단의 평균(μ_1 과 μ_2)에 대한 비교는 모평균의 차 $\mu_1 - \mu_2$ 가 0 보다 큰가, 작은가, 같은가 하는 가설을 검정함으로써 가능하다. 이러한 두 모평균의 비교는 각 모집단에서 추출된 표본들이 서로 독립적으로 추출되었을 경우와 아닌 경우(대응비교라 함)에 따라 검정방법이 다르다.

독립표본

- 일반적으로 두 모평균에 대한 가설검정은 대립가설의 형태에 따라 다음의 세 가지로 나눌 수 있다.

$$\begin{array}{lll}
 1) H_0: \mu_1 - \mu_2 = D_0 & 2) H_0: \mu_1 - \mu_2 = D_0 & 3) H_0: \mu_1 - \mu_2 = D_0 \\
 H_1: \mu_1 - \mu_2 > D_0 & H_1: \mu_1 - \mu_2 > D_0 & H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq D_0
 \end{array}$$

여기서 D_0 는 모평균 차이에 대한 값을 의미한다. 모집단에서 서로 독립적으로 표본을 추출하였을 때 모평균의 차 $\mu_1 - \mu_2$ 의 추정량은 표본평균의 차 $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ 이며, 모든 가능한 표본평균의 차는 표본이 충분히 클 경우 근사적으로 평균이 $\mu_1 - \mu_2$ 이고 분산이 $\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2$ 인 정규분포를 따르게 된다.

- 두 모집단의 분산 σ_1^2 과 σ_2^2 은 대개 알려져 있지 않으므로 분산의 추정치를 이용하여 검정을 하여야 하는데, 두 모분산이 같은 경우와 두 모분산이 다른 경우 검정방법이 약간 차이가 난다. 두 모집단이 정규분포를 따르고 두 모분산이 같다는 가정 하에 두 모평균의 차이가 D_0 라는 가설검정은 다음과 같은 통계량을 사용한다.

$$\frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - D_0}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}} \quad \text{여기서 } s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

- s_p^2 은 모분산의 추정량으로 s_1^2 과 s_2^2 에 표본의 크기를 가중치로 모분산을 추정한 것으로 **공통분산**(pooled variance)이라 한다. 즉, 공통분산은 두 모집단의 분산이 같다고 가정했으므로 두 분산의 표본크기에 비례한 가중평균이다. 위의 통계량은

자유도가 n_1+n_2-2 인 t 분포를 하는데 이를 이용하여 두 모평균의 차이에 대한 검정을 다음과 같이 할 수 있다.

표 8.1 두 모평균의 가설검정
- 표본이 독립이고, 두 모집단이 정규분포를 따르고, 두 모분산이 같은 경우

가설의 종류	선택 기준
1) $H_0: \mu_1 - \mu_2 = D_0$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 > D_0$	$\frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - D_0}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}} > t_{n_1+n_2-2; \alpha}$ 이면 H_0 기각
2) $H_0: \mu_1 - \mu_2 = D_0$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 < D_0$	$\frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - D_0}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}} < -t_{n_1+n_2-2; \alpha}$ 이면 H_0 기각
3) $H_0: \mu_1 - \mu_2 = D_0$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq D_0$	$\left \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - D_0}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}} \right > t_{n_1+n_2-2; \alpha/2}$ 이면 H_0 기각

* 표본의 크기가 충분히 크면 ($n_1 > 30, n_2 > 30$) t 분포는 표준정규분포에 근사하므로, 이 경우 위의 선택기준은 표준정규분포를 사용하여도 된다.

- 두 모집단의 분산이 다를 경우 모집단이 정규분포를 따르더라도 검정통계량

$$\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

은 t 분포를 따르지 않는다. 두 모집단의 분산이 다른 경우 두 모평균의 가설검정을 Behrens-Fisher 문제라고 한다. 이 문제를 해결하기 위한 여러 가지 방법이 연구되었는데, 표 8.1의 선택기준에서 대개 근사적으로 자유도 φ 인 t 분포를 이용하여 가설검정을 하는 Satterthwaite 방법을 사용한다. 여기서 자유도 φ 는 다음과 같이 계산한다.

$$\varphi = \frac{\left[\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2} \right]^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} \right)^2}{n_1-1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2} \right)^2}{n_2-1}}$$

- 『eStatU』를 이용하여 두 모평균의 가설검정을 쉽게 할 수 있다.

[예 8.1] 어느 공장에서 두 기계가 한 과자를 생산하는데 포장된 과자의 정량은 270g이다. 두 기계에서 생산 포장된 과자의 무게를 비교하기 위하여 각각 표본을 추출하였다. 기계1에서 추출된 15개 과자의 무게 평균은 275g, 표준편차는 12g이었고, 기계2에서 추출된 14개 과자의 무게 평균은 269g, 표준편차는 10g 이었다. 두 기계에서 생산된 과자의 무게가 차이가 있는지 5% 유의수준으로 『eStatU』를 이용하여 가설검정 하자. 두 모분산은 같다고 가정하자.

『eStatU』에서 ‘가설검정 : μ_1, μ_2 ’를 선택하면 [그림 8.1]과 같은 화면이 나타난다. 여기에서 두 모분산을 같은 것으로 체크하고, 유의수준을 1%, 독립표본을 체크한 후, 표본크기 n_1, n_2 , 표본평균 \bar{x}_1, \bar{x}_2 , 표본분산 s_1^2, s_2^2 을 입력한다. [실행] 버튼을 누르면 [그림 8.2]와 같이 두 모평균 차의 구간추정과 가설검정 결과가 화면이 나타난다.



가설검정 : μ_1, μ_2 메뉴

[가설] $H_0: \mu_1 - \mu_2 = D$
☒ $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq D$ ☐ $H_1: \mu_1 - \mu_2 > D$ ☐ $H_1: \mu_1 - \mu_2 < D$

[검정형태] ☒ t검정

[표본] ☒ 독립표본 ☐ 대응표본

[분산가정] ☒ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ☐ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

[유의수준] $\alpha =$ ☒ 5% ☐ 1%

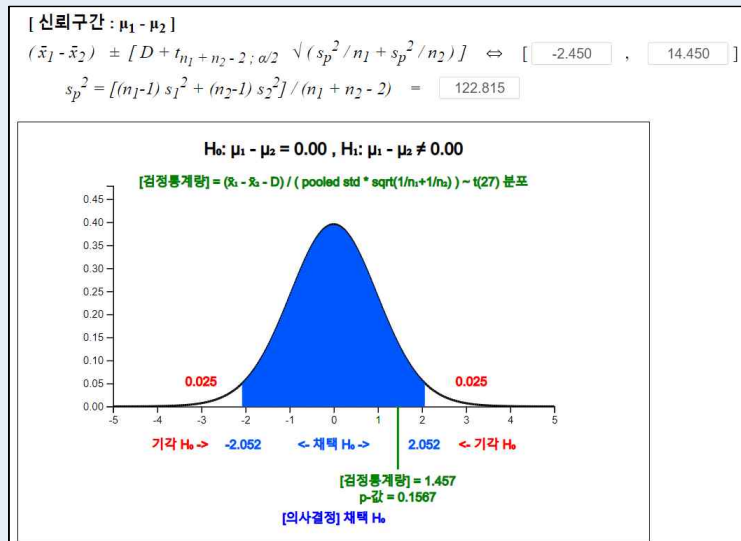
[표본자료] (자료를 공란으로 구분, ([표본통계량]만 입력도 가능))

표본 1
 표본 2

[표본통계량]

표본크기	$n_1 =$	<input type="text" value="15"/>	$n_2 =$	<input type="text" value="14"/>	$n_d =$	<input type="text"/>
표본평균	$\bar{x}_1 =$	<input type="text" value="275"/>	$\bar{x}_2 =$	<input type="text" value="269"/>	$\bar{x}_d =$	<input type="text"/>
표본분산	$s_1^2 =$	<input type="text" value="144"/>	$s_2^2 =$	<input type="text" value="100"/>	$s_d^2 =$	<input type="text"/>

[그림 8.1] 『eStatU』 두 모평균 가설검정의 데이터 입력



[그림 8.2] 『eStatU』 두 모평균 가설검정의 결과

- 『eStatU』를 이용하여 두 모평균의 가설검정을 할 수 있다.

[예 8.2] 금년도 대졸 취업자의 남녀 모집단에서 각각 10명씩 표본을 추출하여 월평균 임금을 조사하니 다음과 같다. (단위 만원)

남자 272 255 278 282 296 312 356 296 302 312
 여자 276 280 369 285 303 317 290 250 313 307

두 모분산이 같다고 가정하고 남녀 월평균 임금이 같은지 유의수준 5%로 『eStat』을 이용하여 가설검정 하자.

『eStat』에서 시트에 [그림 8.3] 같이 두 개의 변량에 성별과 임금을 입력한다. 이와 같은 데이터 입력은 대부분의 통계패키지와 유사한 형태이다. 데이터를 입력한 후 두 모평균 가설검정 아이콘 $\mu_1 = \mu_2$ 을 클릭하여 나타나는 변량선택박스에서 ‘분석변량’을 V2, ‘by 그룹’ 변량을 V1으로 선택하면 두 모집단의 표본평균을 비교할 수 있는 신뢰구간 그래프가 나타난다([그림 8.4]).

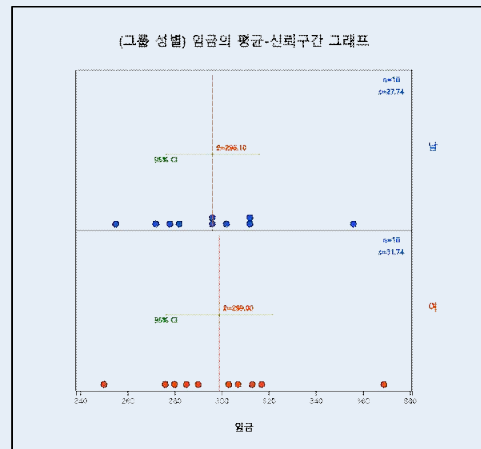
파일 Ex813.csv

분석변량 by 그룹
 2. 임금 1. 성별
 (선택된 자료는 임시자료) (or 대용량)

선택변량 V2 by V1.

	성별	임금	V3	V4
1	남	272		
2	남	255		
3	남	278		
4	남	282		
5	남	296		
6	남	312		
7	남	356		
8	남	296		
9	남	302		
10	남	312		
11	여	276		
12	여	280		
13	여	369		
14	여	285		
15	여	303		
16	여	317		
17	여	290		
18	여	250		
19	여	313		
20	여	307		

[그림 8.3] 데이터 입력



[그림 8.4] 두 모평균의 가설검정의 점그래프와 각 그룹별 평균-신뢰구간 그래프

그래프 창 밑의 [그림 8.5]와 같은 선택사항창에서 원하는 검정을 위한 평균차 $D=0$ 을 입력하고 분산가정을 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ 을 선택하고, 유의수준 5%를 선택한 후 [t 검정] 버튼을 누르면 [그림 8.6]과 같은 두 모평균 가설검정 결과 그래프와 [그림 8.7]과 같은 검정결과가 나타난다.

평균점그래프 히스토그램

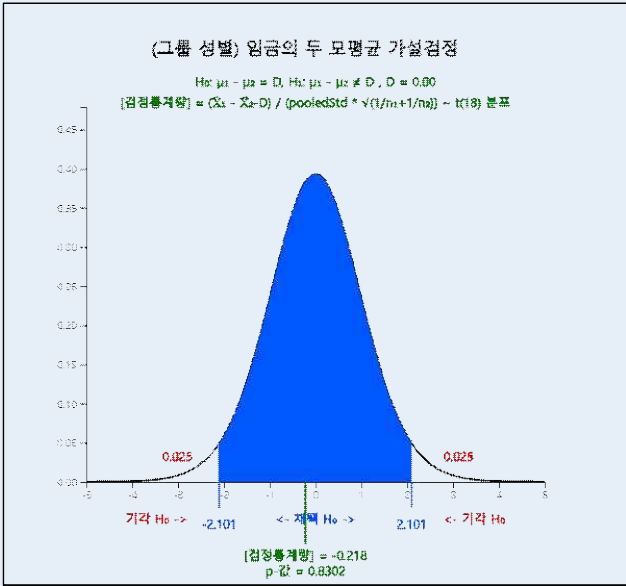
$H_0: \mu_1 - \mu_2 = D$ 0 $\bullet H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq D$ $\bullet H_1: \mu_1 - \mu_2 > D$ $\bullet H_1: \mu_1 - \mu_2 < D$

분산가정 $\bullet \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $\bullet \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

유의수준 $\alpha =$ $\bullet 5\%$ $\bullet 1\%$ 신뢰수준 $\bullet 95\%$ $\bullet 99\%$ **t-검정** 윌콕슨 순위합 검정

[그림 8.5] 두 모평균의 가설검정을 위한 선택사항

선택사항에서 $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ 을 선택하고 [t 검정] 버튼을 누르면 두 모분산이 다르다고 가정한 경우의 가설검정 결과를 볼 수 있다.



[그림 8.6] 두 모평균의 가설검정 결과 그래프

두 모평균 가설검정	분석변량	V2	그룹명	V1	
통계량	자료수	평균	표준편차	표준오차	모평균 95% 신뢰구간
1 (남)	10	296.100	27.739	8.772	(276.257, 315.943)
2 (여)	10	299.000	31.742	10.038	(276.293, 321.707)
전체	20	297.550	29.051	6.496	(283.954, 311.146)
결측수	0				
가설	분산가정	$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$			
$H_0: \mu_1 - \mu_2 = D$	D	[검정통계량]	t-값	p-값	$\mu_1 - \mu_2$ 95% 신뢰구간
$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq D$	0.00	표본평균차	-0.218	0.8302	(-30.906, 25.106)

[그림 8.7] 두 모평균의 가설검정 결과 - 모분산이 같다고 가정

『eStatU』에서 [그림 8.8]과 같이 데이터를 입력하고 [실행] 버튼을 누르면 같은 결과를 얻을 수 있다.

가설검정 : μ_1, μ_2

[가설] $H_0: \mu_1 - \mu_2 = D$

☒ $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq D$ ☐ $H_1: \mu_1 - \mu_2 > D$ ☐ $H_1: \mu_1 - \mu_2 < D$

[검정형태] t 검정

[표본] ☒ 독립표본 ☐ 대응표본

[분산가정] ☒ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ☐ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

[유의수준] $\alpha =$ ☒ 5% ☐ 1%

[표본자료] (자료를 공란으로 구분), ([표본통계량]만 입력도 가능)

표본 1

표본 2

[표본통계량]

표본크기 $n_1 =$ $n_2 =$ $n_d =$

표본평균 $\bar{x}_1 =$ $\bar{x}_2 =$ $\bar{x}_d =$

표본분산 $s_1^2 =$ $s_2^2 =$ $s_d^2 =$

[그림 8.8] 『eStatU』에서 두 모평균 가설검정 데이터 입력

대응표본

- 두 모평균을 비교하는 지금까지의 가설검정에서는 두 표본이 서로 독립적으로 추출된 경우를 다루었지만 어느 경우에는 두 표본을 독립적으로 추출하기가 힘들거나, 독립적으로 추출하였을 때 각 표본개체의 특성이 너무 차이가 나서 결과분석이 무의미할 때가 있다. 예를 들면, 타자수에게 타자속도를 증가시키기 위한 특수교육을 시킨 후 과연 이 교육이 타자속도 증가에 효과가 있었는가 알아보고 싶다고 하자. 이 때 교육 전과 교육 후에 서로 다른 표본을 추출하면 개인의 차가 심하기 때문에 교육의 효과를 측정하기가 어렵다. 이러한 경우 교육 전에 표본추출되어 속도를 측정한 타자수에 대하여, 교육 후에 속도를 측정하여 비교하면 특수교육의 효과를 잘 알아 낼 수가 있다. 이렇게 한번 추출된 표본에 유사한 실험을 하는 **대응표본**(paired sample)으로 사용하여 두 모집단의 평균을 비교하는 가설검정을 **대응비교**(paired comparison)라고 한다.
- 대응비교일 때는 관찰된 n 쌍(pair)의 차이(d_i)를 계산해서 평균(\bar{d})과 표준편차(s_d)를 구한다.

표 8.2 대응비교를 위한 데이터와 통계량

모집단 1의 표본(x_{1i})	모집단 2의 표본(x_{2i})	차이 $d_i = x_{1i} - x_{2i}$
x_{11}	x_{12}	$d_1 = x_{11} - x_{12}$
x_{21}	x_{22}	$d_2 = x_{21} - x_{22}$
...
x_{n1}	x_{n2}	$d_n = x_{n1} - x_{n2}$
대응비교 통계량	d_i 의 평균 d_i 의 분산	$\bar{d} = \sum d_i / n$ $s_d^2 = \sum (d_i - \bar{d})^2 / (n-1)$

- 두 모집단이 평균이 같은 정규분포일 때 $\bar{d}/(s_d/\sqrt{n})$ 는 자유도가 $(n-1)$ 인 t 분포를 따르는데 이를 이용하여 대응비교인 경우 두 모평균의 차에 대한 검정을 다음과 같이 할 수 있다.

표 8.3 두 모평균의 가설검정 (대응비교)
- 모집단이 정규분포이고 두 표본이 쌍(종속적)으로 추출되었을 경우

가설의 종류	선택 기준
1) $H_0: \mu_1 - \mu_2 = D_0$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 > D_0$	$\frac{\bar{d} - D_0}{s_d / \sqrt{n}} > t_{n-1; \alpha}$ 이면 H_0 기각
2) $H_0: \mu_1 - \mu_2 = D_0$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 < D_0$	$\frac{\bar{d} - D_0}{s_d / \sqrt{n}} < -t_{n-1; \alpha}$ 이면 H_0 기각
3) $H_0: \mu_1 - \mu_2 = D_0$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq D_0$	$\left \frac{\bar{d} - D_0}{s_d / \sqrt{n}} \right > t_{n-1; \alpha/2}$ 이면 H_0 기각

[예 8.3] 한글 타자속도를 빠르게 하기 위한 교육을 8명의 타자수에게 실시하여 교육전과 후의 타자속도를 조사하였더니 아래와 같다. 타자교육이 속도를 증가시켰는지 5% 유의수준으로 『eStat』와 『eStatU』를 이용하여 검정하자. 단, 타자속도는 정규분포라고 가정하자.

번호	교육 전	교육 후
1	52	58
2	60	62
3	63	62
4	43	48
5	46	50
6	56	55
7	62	68
8	50	57

『eStatU』에서 ‘가설검정 : μ_1, μ_2 ’를 선택하면 [그림 8.9]와 같은 화면이 나타난다. 여기에서 [표본]을 ‘대응표본’으로 체크하고 대응표본 데이터를 입력한다. [실행] 버튼을 누르면 [그림 8.10]과 같이 대응비교 두 모평균 차의 구간추정과 가설검정 결과가 화면이 나타난다.



가설검정 : μ_1, μ_2 메뉴

[가설] $H_0: \mu_1 - \mu_2 = D$
☒ $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq D$ ☐ $H_1: \mu_1 - \mu_2 > D$ ☐ $H_1: \mu_1 - \mu_2 < D$

[검정형태] ☒ 검정

[표본] ☐ 독립표본 ☒ 대응표본

[분산가정] ☒ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ☐ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

[유의수준] $\alpha =$ ☒ 5% ☐ 1%

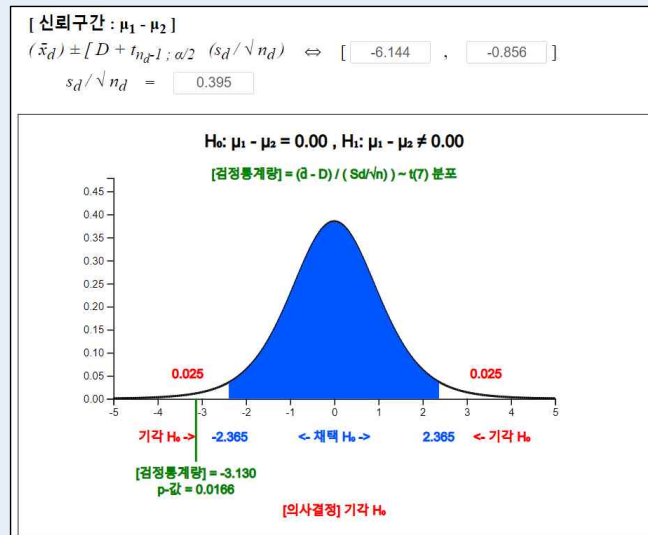
[표본자료] (자료를 공란으로 구분), ([표본통계량]만 입력도 가능)

표본 1
 표본 2

[표본통계량]

표본크기	$n_1 =$	<input type="text" value="8"/>	$n_2 =$	<input type="text" value="8"/>	$n_d =$	<input type="text" value="8.000"/>
표본평균	$\bar{x}_1 =$	<input type="text" value="54.00"/>	$\bar{x}_2 =$	<input type="text" value="57.50"/>	$\bar{x}_d =$	<input type="text" value="-3.500"/>
표본분산	$s_1^2 =$	<input type="text" value="55.71"/>	$s_2^2 =$	<input type="text" value="43.43"/>	$s_d^2 =$	<input type="text" value="10.000"/>

[그림 8.9] 『eStatU』 두 모평균 가설검정 - 대응표본 데이터 입력



[그림 8.10] 『eStatU』 두 모평균 가설검정 - 대응표본

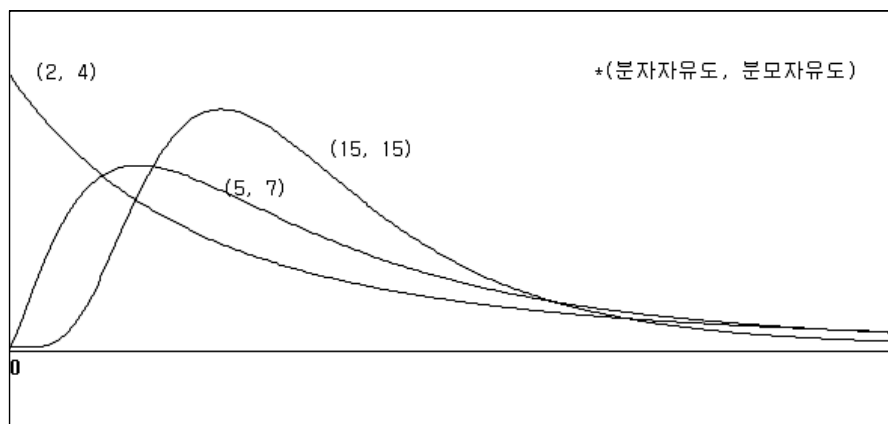
8.2 두 모분산 가설검정

- 두 모집단의 분산 비교를 하는 아래의 예를 살펴보자.
 - 1) 앞 절에서 두 모평균을 비교할 경우 표본의 크기가 작다면 두 모분산이 같은지 다른지에 따라 가설검정의 선택기준이 다른 것을 알았다. 그러면 현실적으로 미지의 두 모분산이 같은지 어떻게 검정할 수 있나?
 - 2) 자동차 조립에 쓰이는 볼트의 품질은 그 직경에 대한 규격을 엄격하게 지키느냐에 달려 있다. 두 회사에서 이 볼트를 납품하는데 직경의 평균은 같다고 한다. 따라서, 분산이 더 작은 제품이 우수하다고 볼 수 있는데 분산에 대한 비교를 어떻게 할 수 있나?
- 이러한 두 모집단의 분산(σ_1^2 과 σ_2^2)을 비교하는 경우에는 분산의 차이를 비교하지 않고 분산의 비(σ_1^2/σ_2^2)를 계산한다. 이 분산비가 1 보다 큰가, 작은가, 같은가를 알아보면 σ_1^2 이 σ_2^2 보다 큰가, 작은가, 같은가를 알 수 있다. 분산의 차 대신 분산비를 이용하는 이유는 표본분산비에 대한 분포를 수학적으로 찾아내기가 용이하기 때문이다. 즉, 통계량

$$\frac{\left(\frac{S_1^2}{\sigma_1^2}\right)}{\left(\frac{S_2^2}{\sigma_2^2}\right)}$$

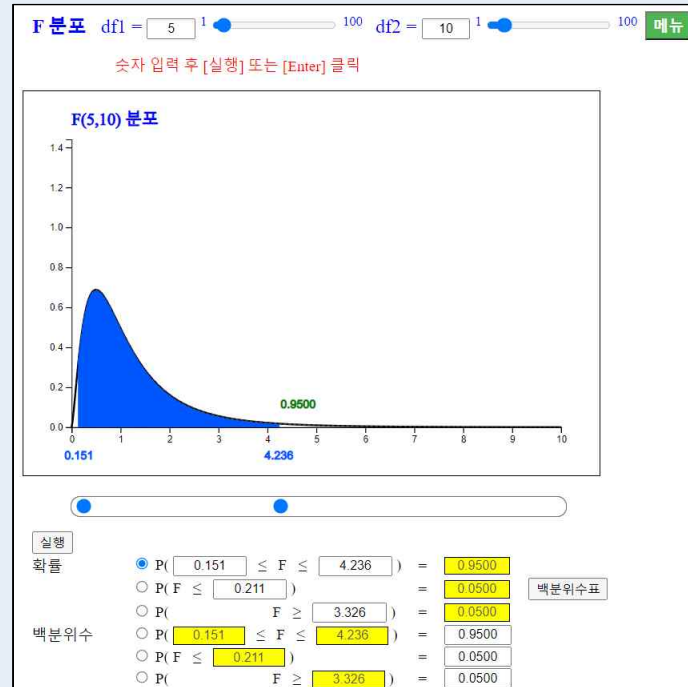
은 두 모집단이 각각 정규분포를 따를 경우 분자자유도 n_1-1 , 분모자유도 n_2-1 인 **F분포**(F distribution)를 따르는데 이 사실을 이용하여 모분산비에 대한 가설검정을 한다.

- F분포는 비대칭인 분포군으로 분모자유도, 분자자유도에 따라 서로 다른 분포를 갖는다. [그림 8.11]은 여러 가지 자유도에 따른 F분포의 그림이다.



[그림 8.11] 여러 가지 자유도에 따른 F분포의 그림

[예 8.4] 『eStatU』 주메뉴에서 ‘F 분포’를 선택하면 [그림 8.12]와 같은 화면이 나타난다. 여기에서 분자자유도(df1)와 분모자유도(df2)를 선택하고 [실행] 버튼을 누른다. F 분포함수가 그려지고 확률변수의 구간 $[a, b]$ 에 대한 $P(a \leq X \leq b)$ 확률계산과, 주어진 확률 p 에 대한 백분위수(즉, $P(X \leq x) = p$ 가 되는 백분위수 x 를 쉽게 계산할 수 있다.



[그림 8.12] 『eStatU』 F 분포함수의 확률 및 백분위수 계산

- 두 모분산의 가설검정은 F 분포를 이용하여 다음과 같이 한다.

표 8.4 두 모분산의 가설검정
- 두 모집단이 정규분포인 경우 -

가설의 종류	선택 기준
1) $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$	$\frac{S_1^2}{S_2^2} > F_{n_1-1, n_2-1; \alpha}$ 이면 H_0 기각
2) $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$	$\frac{S_1^2}{S_2^2} < F_{n_1-1, n_2-1; 1-\alpha}$ 이면 H_0 기각
3) $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$\frac{S_1^2}{S_2^2} < F_{n_1-1, n_2-1; 1-\alpha/2}$ 이거나 $\frac{S_1^2}{S_2^2} > F_{n_1-1, n_2-1; \alpha/2}$ 이면 H_0 기각

- 『eStatU』를 이용하여 두 모분산의 가설검정을 할 수 있다.

[예 8.5] 한 볼트를 생산하는 회사가 두 공장을 가지고 있다. 어느 날 공장 1에서 생산되는 볼트에서 10개를 표본 추출하여 직경의 분산을 측정하였더니 0.11^2 이었고, 공장2의 제품에서 표본 추출된 볼트 12개 직경의 분산은 0.13^2 이었다. 두 회사 볼트의 분산이 같은지 유의수준 5%로서 『eStatU』를 이용하여 가설검정 하자.

『eStatU』에서 ‘가설검정 : σ_1^2, σ_2^2 ’를 선택하면 [그림 8.13]과 같은 화면이 나타난다. 여기에서 $n_1 = 12$, $n_2 = 10$, $s_1^2 = 0.0121$, $s_2^2 = 0.0169$ 를 입력한다. [실행] 버튼을 누르면 [그림 8.14]와 같은 두 모분산 가설검정 결과가 나타난다.



가설검정 : σ_1^2, σ_2^2 메뉴

[가설] $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
☒ $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ☐ $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ ☐ $H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$

[검정형태] F-검정
 유의수준 $\alpha =$ ☒ 5% ☐ 1%

[표본자료] (표본자료를 여기 입력, 아니면 다음 표본통계량을 입력(공란 구분))

표본 1

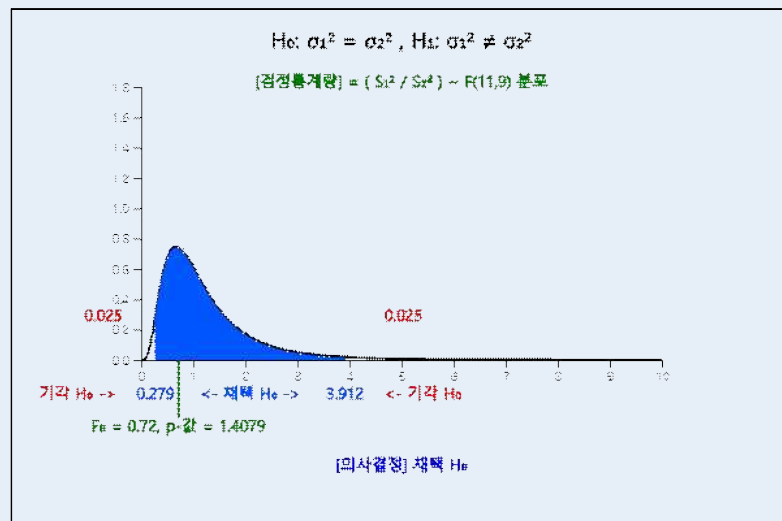
표본 2

[표본통계량]

표본크기 $n_1 =$ $n_2 =$

표본분산 $s_1^2 =$ $s_2^2 =$

[그림 8.13] 『eStatU』의 두 모분산 가설검정 데이터 입력




[그림 8.14] 『eStatU』를 이용한 두 모분산 검정

- 『eStat』을 이용하여 두 모분산의 가설검정을 할 수 있다.

[예 8.6] 금년도 대졸 취업자의 남녀 모집단에서 각각 10명씩 표본을 추출하여 월평균 임금을 조사하니 다음과 같다. (단위 만원)

남자 272 255 278 282 296 312 356 296 302 312
 여자 276 280 369 285 303 317 290 250 313 307

두 모집단의 분산이 같은지 『eStat』을 이용하여 검정하라.

『eStat』에서 시트에 [그림 8.15]와 같이 두 개의 변량에 성별과 임금을 입력한다. 이와 같은 데이터 입력은 대부분의 통계패키지와 유사한 형태이다. 데이터를 입력한 후 두 모분산 가설검정 아이콘 을 클릭하여 나타나는 변량선택박스에서 ‘분석변량’을 V2, ‘by 그룹’ 변량을 V1으로 선택하면 두 모집단의 표준편차를 비교할 수 있는 평균-표준편차 그래프가 나타난다([그림 8.16]).

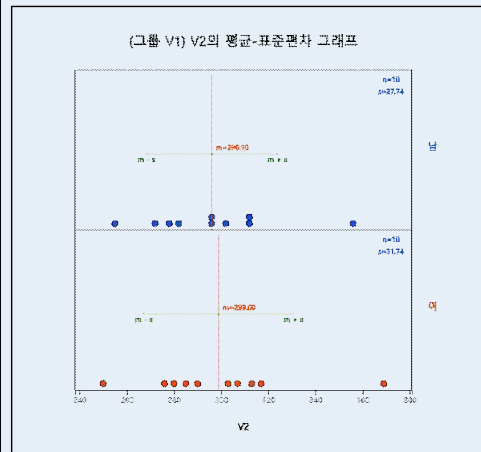
파일 Ex813.csv

분석변량 2: 임금 by 그룹 1: 성별
 (선택된 자료는 원시자료) (or 대수변환)

선택변량 V2 by V1

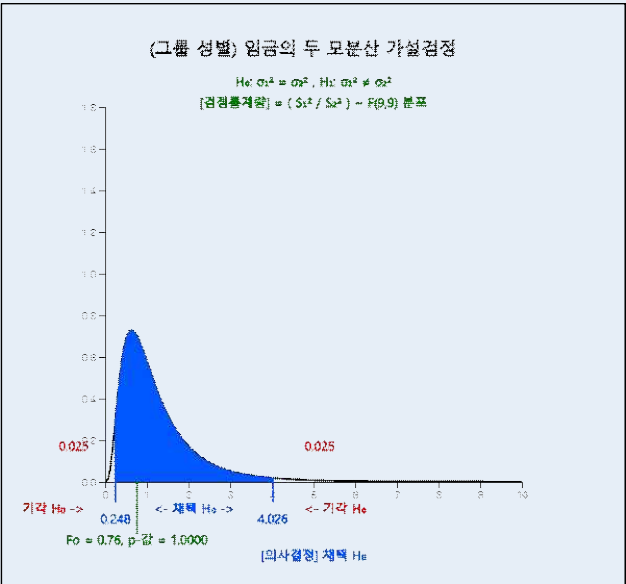
	성별	임금	V3	V4
1	남	272		
2	남	255		
3	남	278		
4	남	282		
5	남	296		
6	남	312		
7	남	356		
8	남	296		
9	남	302		
10	남	312		
11	여	276		
12	여	280		
13	여	369		
14	여	285		
15	여	303		
16	여	317		
17	여	290		
18	여	250		
19	여	313		
20	합	307		

[그림 8.15] 데이터 입력



[그림 8.16] 그룹별 평균-표준편차 그래프

그래프 밑의 선택사항창에서 ‘F 검정’ 버튼을 누르면 [그림 8.17]과 같은 검정결과 그래프가 나타나고 결과창에는 분석 결과([그림 8.18])가 나타난다.



[그림 8.17] 두 모분산의 가설검정 결과 그래프

두 모분산 가설검정	분석변량	임금	그룹명	성별	
통계량	자료수	평균	표준편차	표준오차	모분산 95% 신뢰구간
1 (남)	10	296.100	27.739	8.772	(364.032, 2564.408)
2 (여)	10	299.000	31.742	10.038	(476.692, 3358.034)
전체	20	297.550	29.051	6.496	(488.092, 1800.362)
결측수	0				
가설					
$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$		[검정통계량]	F-값	p-값	σ_1^2 / σ_2^2 95% 신뢰구간
$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$		S_1^2 / S_2^2	0.764	1.0000	(0.190, 3.075)

[그림 8.18] 두 모분산의 가설검정 결과

8.3 두 모비율 가설검정

- 두 모비율을 비교하는 아래의 예를 살펴보자.

- 1) 금년도 대통령 선거에서 특정후보에 대한 지지율에 유권자의 성별에 따른 차이가 있는가?
- 2) 어느 공장에서 제품을 만들어 내는 두 대의 기계가 있는데 두 기계의 불량률이 서로 다른가?

- 이러한 두 모집단의 모비율(p_1 과 p_2) 비교는, 모평균과 유사하게 두 모비율의 차($p_1 - p_2$)를 검정함으로써 가능하다. 두 모집단에서 서로 독립적으로 추출한 표본비율의 차 $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ 는 표본의 크기가 충분히 클 때 평균이 $p_1 - p_2$, 분산이 $p_1(1-p_1)/n_1 + p_2(1-p_2)/n_2$ 인 정규분포를 따른다. 여기서 분산의 추정을 위해서는 p_1 과 p_2 를 모르므로 두 표본비율(\hat{p}_1 과 \hat{p}_2)에 대해 표본의 크기를 가중값으로 취한 가중평균 \bar{p} 를 사용한다.

$$\bar{p} = \frac{n_1 \hat{p}_1 + n_2 \hat{p}_2}{n_1 + n_2}$$

- 두 모비율의 차에 대한 검정은 통계량

$$\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_1} + \frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_2}}}$$

을 이용하여 다음과 같이 한다.

표 8.5 모비율의 가설검정
- 대표본이고, 표본이 서로 독립적으로 추출되었을 경우 -

가설의 종류	선택기준
1) $H_0: p_1 = p_2$ $H_1: p_1 > p_2$	$\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_1} + \frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_2}}} > z_\alpha$ 이면 H_0 기각, 아니면 H_0 채택
2) $H_0: p_1 = p_2$ $H_1: p_1 < p_2$	$\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_1} + \frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_2}}} < -z_\alpha$ 이면 H_0 기각, 아니면 H_0 채택
3) $H_0: p_1 = p_2$ $H_1: p_1 \neq p_2$	$\left \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_1} + \frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_2}}} \right > z_{\alpha/2}$ 이면 H_0 기각, 아니면 H_0 채택

- 『eStatU』를 이용하여 두 모비율의 가설검정을 할 수 있다.

[예 8.7] 금년도 대통령 선거에서 특정후보의 지지율에 대해 남녀별로 독립적으로 표본을 추출해 조사하였더니 남자 225명 중 54명이 지지를 하였고, 여자 175명 중 52명이 지지를 하였다. 남녀의 지지율에 차이가 있다고 할 수 있는지 유의수준 5%로써 『eStatU』를 이용하여 가설검정 하자.

『eStatU』에서 ‘가설검정 : p_1, p_2 ’를 선택하면 [그림 8.19]와 같은 화면이 나타난다. 여기에서 $n_1 = 225$, $\hat{p}_1 = 0.240$, $n_2 = 175$, $\hat{p}_2 = 0.297$ 를 입력한다. [실행] 버튼을 누르면 [그림 8.20]과 같은 두 모비율 가설검정 결과가 나타난다.



가설검정 : p_1, p_2

[가설] $H_0: p_1 - p_2 = D$

☒ $H_1: p_1 - p_2 \neq D$
☐ $H_1: p_1 - p_2 > D$
☐ $H_1: p_1 - p_2 < D$

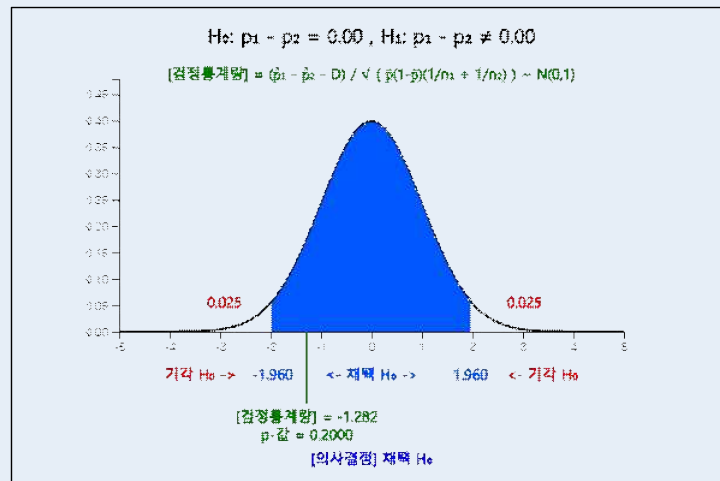
[검정형태] ☒ Z 검정

유의수준 $\alpha =$ ☒ 5% ☐ 1%

[표본자료]

표본크기	$n_1 =$	<input type="text" value="225"/>	$n_2 =$	<input type="text" value="175"/>
표본비율	$\hat{p}_1 =$	<input type="text" value="0.240"/>	$\hat{p}_2 =$	<input type="text" value="0.297"/>

[그림 8.19] 『eStatU』의 두 모비율 가설검정 데이터 입력



[그림 8.20] 『eStatU』를 이용한 두 모비율 가설검정